

脉管制冷机的整机数值模拟

何雅玲, 高凡, 陶于兵, 刘迎文

(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 建立了适用于基本型、小孔型和双向进气型等脉管制冷机整机模拟的一维和二维混合计算模型, 采用 Darcy-Brinkman-Forchheimer 模型和局部非热平衡模型描述回热器内部的流动与换热, 并给出了一维与二维计算区域连接界面的速度和温度等重要参数的传递法则. 开发了基于 1-2 混合计算模型的脉管制冷机整机数值模拟程序, 对 3 种脉管制冷机主要部件的流场和温度场特性进行了详细分析, 直观地刻画了脉管制冷机内的工作过程以及复杂流动和换热现象, 例如“速度转向”、“速度环效应”、“温度环效应”和 DC 流等. 结果表明, 双向进气阀的引入形成了脉管制冷机的闭合回路, 带来了 DC 流现象, 文中运行参数下的 DC 流占总流量的 4.66%.

关键词: 脉管制冷机; 混合模型; Darcy-Brinkman-Forchheimer 模型; 局部非热平衡模型

中图分类号: TK124 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)03-0001-09

Numerical Simulation of Entire Pulse Tube Refrigerators

HE Yaling, GAO Fan, TAO Yubing, LIU Yingwen

(State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A one-dimensional and two-dimensional combined computational model (1-D & 2-DCC model) was set up to simulate the performances of the basic type, orifice type and double inlet type pulse tube refrigerators (PTRs). The Darcy-Brinkman-Forchheimer model and the thermally non-equilibrium model were adopted to depict the flow and heat transfer in the regenerator which was modeled by taking the mesh as a porous medium. Parameter communicating algorithms were defined to calculate velocity and temperature at the junctions between the 1-D & 2-D computational regions. Then the simulation codes for the whole PTRs were developed. The working process and complex flow phenomena such as velocity and temperature annular effects and DC flow in PTRs were revealed. The results show that a close loop in the PTR can be formed by using a double-inlet valve which leads to the occurrence of DC flow. For the case studied, the DC flow rate accounts for 4.66% of the total mass flow rate under the present parameters and working conditions.

Keywords: pulse tube refrigerator; computational model; Darcy-Brinkman-Forchheimer model; thermal non-equilibrium model

脉管制冷机是一种新型回热式低温制冷机, 由于独特的优点, 使其在航天航空等高技术领域有着广泛的应用, 对它的研究也是本领域近年来的研究热点之一. 对脉管制冷机进行理论研究的方法通常有热力学分析方法和数值模拟方法, 其中数值模拟

方法, 尤其是一维模拟方法, 应用很广泛且很有效. Wu 等人^[1-2]在 1989 年最早采用节点分析法对脉管制冷机进行整机模拟, 分析了脉管制冷机内部参数的动态演化过程. Wang 等人^[3]通过数值模拟方法分析指出, 从脉管热端流向回热器进口方向的 DC

流具有提高脉管冷端制冷量和消耗脉管热端焓流量的积极作用. Zhu 等人^[4]建立了惯性管脉管制冷机的一维模型,考察了不同惯性管的直径和长度、气库容积、压缩机扫气容积对制冷机内部流动和换热性能的影响. 随后, Zhu 等人^[5]数值模拟了阶梯活塞式两级双向进气型脉管制冷机,结果表明通过回收一级脉管的膨胀功来驱动二级脉管制冷,整机效率提高了 13.8%. 虽然脉管制冷机的一维数值研究在脉管制冷机的机理认识和优化设计等方面发挥了重要作用,但由于一维模型无法揭示脉管以及回热器内的复杂流动与换热过程,如二次流等现象,故存在很大的局限性.

近 10 年来,国内外也有不少研究单位致力于发展脉管制冷机的多维数值模拟. Park 等人^[6]通过求解线性化的二维控制方程研究了锥形脉管对二次流的抑制作用. He 等人^[7]采用基于有限容积法的 SIMPLEC 算法对变截面的锥形脉管进行二维数值研究,分析了不同锥度脉管内二次流的变化规律. 但是,上述计算模型仅是对脉管局部部件建模,未能建立整机计算模型. 文献[8-9]用 Fluent 软件对小孔型脉管制冷机和惯性管脉管制冷机整机进行了二维数值研究,刻画了回热器和脉管中的速度场和温度场,显示出了系统中的二次流现象. 尽管采用商业软件可以对脉管制冷机整机进行多维数值模拟,但计算工况和模拟结果非常有限,而且多维模型计算量巨大,耗时很长,往往对计算机性能要求很高,工程实际应用困难.

本文结合一维和二维模型各自的特点和优点,提出了 1-2 混合计算模型,即对压缩机和气库等体积较大的元件以及连接管和阀结构等,采用一维模型,而对内部结构复杂、需要重点刻画的回热器,冷热端换热器以及脉管部分,则采用二维模型. 为了实现一维和二维模型之间的参数传递,给出了一维和多维区域之间的参数传递法则,最后应用所提出的 1-2 混合模型,对 3 种脉管制冷机进行了整机的数值模拟,验证了模型的可靠性.

1 物理模型

图 1 是常见的 3 种脉管制冷机示意图. 当小孔阀和双向进气阀均关闭时,为基本型脉管制冷机;当小孔阀打开,双向进气阀关闭时,为小孔型脉管制冷机;当小孔阀和双向进气阀均打开时,为双向进气型脉管制冷机. 基本型脉管制冷机主要由压缩机(作为气体压力波发生器)、冷端换热器、热端换热器、脉管

和回热器 5 部分组成,其基本工作原理是:当压缩机活塞向回热器方向移动时,压缩机中的气体被压缩,压力升高,推挤回热器中的气体向脉管流动,脉管冷端的气体受到挤压向热端流动,因而脉管热端压力升高,温度上升,通过热端换热器将脉管热端热量带走,使管内气体因放热而温度和压力降低;当压缩机活塞向背离回热器方向移动时,压缩机中的气体膨胀,压力降低,脉管冷端的气体膨胀降压,从而获得低温. 对于脉管制冷机的每一个部件来说,都经历变质量的流动、热力和传热过程,过程错综复杂.

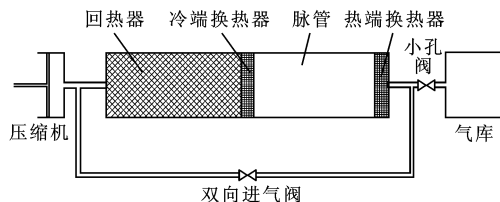


图 1 脉管制冷机示意图

2 数学模型

2.1 节点划分

2.1.1 气库和压缩机 由于气库体积较大,考虑到压力波的传播速度近似当地的音速,所以相对于速度波,气库内压力的传播基本不需要时间,可近似认为每时层气库容腔内压力处处相等. 气库内气体的温度又基本均匀一致,这样气库内每时层的密度也均匀相等. 对气库可采用一维模型,将气库内的气体看成一个节点. 同理,压缩腔内的气体也可处理为一个节点,避免了多维压缩机模型复杂的移动边界问题,减小了模型的难度和复杂程度.

2.1.2 回热器、冷热端换热器和脉管 对于回热器、冷热端换热器和脉管,一方面由于在它们内部存在有较大的温度差,例如脉管冷热端温差可达 200 K 以上,是典型的非均匀体,另一方面发生在其内的复杂流动和换热过程正是需要重点揭示的,因此这些部分采用二维模型.

2.1.3 小孔阀和双向进气阀 关于阀门的处理,现有文献对通过阀的流量基本上都采用了理想气体喷管公式进行计算,为一维模型. 这样,不但可以避免多维阀门模型中因截面突变带来的局部流速过大给程序带来的计算难以收敛的困难^[9],还可将不同的阀结构用流阻元件统一起来,具有更强的适用性.

以上由一维和二维两种模型有机结合构成的脉管制冷机整机模型,即为 1-2 混合模型,该模型对基本型、小孔型和双向进气型等脉管制冷机的数值模拟计算均适用. 图 2 为 1-2 混合模型的网格节点划

分示意图。

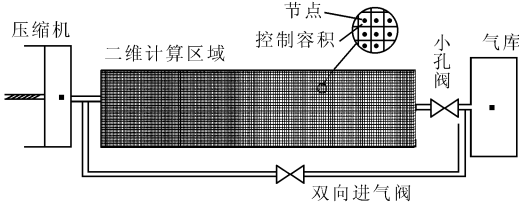


图2 1-2混合模型的节点划分示意图

2.2 控制方程

图2中的每个一维节点或二维控制容积所在的子系统都可以用质量守恒方程、状态方程、动量守恒和能量守恒等方程描述,下面重点给出各部件的主要方程。

2.2.1 压缩机 压缩机容腔体积随曲柄转角的变化为

$$V = V_D + 0.5V_s \left(1 + \cos\left(\omega\tau + \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (1)$$

式中: V_D 为压缩机死体积; V_s 为压缩机扫气容积; ω 为压缩机曲柄角频率。

2.2.2 回热器、冷热端换热器和脉管 回热器和冷热端换热器内部为复杂的多孔介质结构,其中气体流动计算采用修正的 Darcy-Brinkman-Forchheimer 模型^[10-11],该模型能充分考虑多孔介质中流动的惯性效应和边界效应。描述回热器、冷热端换热器和脉管中可压缩交变流动气体的质量守恒方程和动量方程分别为

$$\xi \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v u)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} = \\ & -\xi \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ & \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \\ & f \frac{\mu \xi}{K} u - f \frac{F \xi^2 \rho}{K^{1/2}} (u^2 + v^2)^{1/2} u \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho v)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} = \\ & -\xi \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\ & \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\mu v}{r^2} - \\ & f \frac{\mu \xi}{K} v - f \frac{F \xi^2 \rho}{K^{1/2}} (u^2 + v^2)^{1/2} v \end{aligned} \quad (4)$$

式中: K 和 F 分别为渗透率和惯性项系数; ξ 和 f 为

控制参数,通过调节两个参数可获得不同部件中的动量方程。对于回热器和冷热端换热器: $\xi = \epsilon$, $f = 1$, ϵ 为多孔介质的孔隙率;对于脉管: $\xi = 1$, $f = 0$ 。

脉管中气体的能量方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho T)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} = \\ & \frac{1}{c_p} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{fr} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_f \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{1}{c_p} \left[\beta T \left(\frac{\partial P}{\partial \tau} + v \frac{\partial P}{\partial r} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \phi \right] \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi = & 2\mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ & \mu \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right]^2 - \frac{2}{3} \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial x} \right]^2 \end{aligned} \quad (6)$$

回热器和冷热端换热器中固体介质和气体之间的换热采用局部非热平衡模型^[12],其能量方程如下。

流体介质

$$\begin{aligned} & \epsilon \frac{\partial(\rho T)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} = \\ & \frac{1}{c_p} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{ieff} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{ieff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{1}{c_p} \left[\beta T \left(\frac{\partial P}{\partial \tau} + v \frac{\partial P}{\partial r} + u \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \phi \right] + \\ & f \frac{h_{sf} a_{sf}}{c_p} (T_s - T) \end{aligned} \quad (7)$$

固体介质

$$\begin{aligned} & (1 - \epsilon) \frac{\partial(\rho_s T_s)}{\partial \tau} = \\ & \frac{1}{c_s} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{seff} r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{seff} \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \right] - \\ & f \frac{h_{sf} a_{sf}}{c_s} (T_s - T) \end{aligned} \quad (8)$$

式中: β 为容积膨胀系数,对于理想气体, $\beta = 1/T$; ϕ 为黏性耗散系数; $h_{sf} = Nu k_f / d_p$, $Nu = (1 + 0.99(RePr)^{0.66}) \epsilon^{1.79}$, $Pr = \mu c_p / k$; $k_{ieff} = k_f \epsilon$, $k_{seff} = k_s (1 - \epsilon)$, k_f 和 k_s 分别为气体和固体的导热系数。

2.2.3 小孔阀和双向进气阀 小孔阀处的质量流量可由理想气体的喷管计算公式计算

$$\begin{aligned} \dot{m}_0 = & \begin{cases} \mu A_0 \left(2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{v} \left[\left(\frac{p_b}{p} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_b}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \right)^{1/2} & p > p_b \\ -\mu A_0 \left(2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p}{v_b} \left[\left(\frac{p}{p_b} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_b} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \right)^{1/2} & p < p_b \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

式中: A_0 为小孔阀的流通截面积; μ 为修正系数, 一般取 1; κ 为绝热指数, 对单原子分子氦气 κ 为 1.67; p_b 为气库压力; $1/v = p/(R_g T)$, p 和 T 分别为热端换热器出口截面的平均压力和温度; $1/v_b = p_b/(R_g T_b)$.

双向进气阀处的质量流量计算公式为

$$\dot{m}_1 = \begin{cases} \mu A_1 (2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{v} \left[\left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right])^{1/2} & p > p_1 \\ -\mu A_1 (2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{v_1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right])^{1/2} & p < p_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: A_1 为双向进气阀的流通截面积; p_1 和 v_1 分别为回热器进口截面上的平均压力和平均比体积.

2.2.4 气库 气库为等温模型且容积固定, 其中的压力由理想气体的状态方程来确定

$$p_b = m_b R_g T_b / V_b \quad (11)$$

式中: m_b 为气库中气体的质量; V_b 为气库容积.

2.3 参数传递法则

根据脉管制冷机的特点, 将其分为图 3 虚线所示的 3 个计算区域(压缩机部分、回热器和脉管以及冷热端换热器的二维计算区域部分以及气库部分)和 1 个特殊结构——“阀”结构(包括小孔阀和双向进气阀). 截面 A-A 和 B-B 是一维和二维计算区域的结合面, 也是二维计算区域的进出口边界. 二维计算区域的求解是在已知边界处的速度和温度条件下, 通过式(2)~(8)来求解全场的速度和温度分布. 图 3 中截面 A-A 和 B-B 的速度和温度条件, 将由其上的质量和热量传递量来确定, 而其质量和热量传递量又与 3 个计算区域的各种参数密切相关.

下面需要对 1-2 混合模型的计算区域连接处的参数设定合适的计算法则, 使得计算变量通过两个区域的连接界面能够自由传递, 从而顺利实现对脉管制冷机整机的迭代求解.

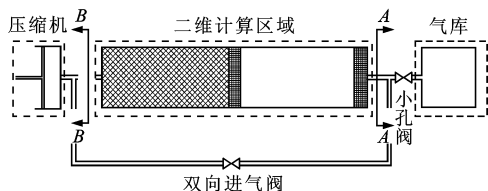


图3 脉管制冷机整机1-2混合模型结构划分示意图

2.3.1 部分重要参数的确定

(1) 截面 B-B 处的质量传递. 截面 B-B 是一维计算区域压缩机和二维计算区域的连接截面. 假设

计算起始时刻为 τ_0 , 此时设整个初场压力均为 p_0 , 回热器和脉管冷热端的温度分别为制冷温度 T_c 和室温 T_h , 又设回热器和脉管内的温度呈线性分布, 则由状态方程可得到 τ_0 时刻全场密度的分布, 从而获得二维计算区域总流体质量为

$$m_0 = \int_{\Omega} \rho_0 dV = \int_{\Omega} \frac{p_0}{R_g T_0} dV \quad (12)$$

式中: Ω 为二维计算区域.

记压缩机运动一个周期的时间为 T , 若划分为 N 个时层, 则每个时层的时间 $\Delta\tau = T/N$. 记从 τ_0 经过 $\Delta\tau$ 的时间后为 τ_1 (即 $\tau_0 + \Delta\tau$) 时刻, 由于不计连接管内的气体压力损失, 则 τ_1 时刻回热器进口压力等于此时压缩机内的压力 p_1 . p_1 与时层内每次迭代结束时回热器入口处平均压力 p_1' 之差记为 Δp , 即

$$\Delta p = p_1 - p_1' \quad (13)$$

将 Δp 作为时层内下次迭代二维计算区域全场压力的初始修正值, 得到新的压力初场 p , 此时温度场通过求解能量方程已经得到, 由状态方程可得到全场的密度分布, 则此时二维计算区域总流体质量为

$$m = \int_{\Omega} \rho dV = \int_{\Omega} \frac{p}{R_g T} dV \quad (14)$$

当时层迭代收敛后, 可得到 τ_0 到 $\tau_0 + \Delta\tau$ 的时间内由截面 B-B 进入二维计算区域的流体质量

$$\Delta m = m - m_0 + \dot{m}_0 \Delta\tau = \int_{\Omega} \frac{p}{R_g T} dV - \int_{\Omega} \frac{p_0}{R_g T_0} dV + \dot{m}_0 \Delta\tau \quad (15)$$

式中: $\dot{m}_0$ 为小孔阀处流量, 可由式(9)计算得到.

(2) 压缩机内气体的质量. 压缩机活塞的往复运动是脉管制冷机中产生制冷效应的首要驱动力. 压缩机为等温模型, 其容积随时间呈正弦规律变化, 其内的气体质量也随之变化. 设 τ_0 时刻压缩机容积为 V_0 , 则压缩机内气体质量为

$$m_{c0} = p_0 V_0 / (R_g T_h) \quad (16)$$

τ_1 时刻, 由式(1)得到压缩机容积变为 V_1 , 由 $p_1 = m_{c0} R_g T_h / V_1$ 得到此时压缩机内的压力. 当时层迭代收敛后, 根据质量守恒可得到修正的本时层压缩机内气体质量

$$m_{c1} = m_{c0} - \Delta m \quad (17)$$

由 $p_2 = m_{c1} R_g T_h / V_1$ 得到此时压缩机内下一时层的压力, 结合式(13)即可得到时层内迭代全场压力的修正值.

(3) 气库压力. 气库为等温模型且容积固定, 其中的压力由理想气体的状态方程来确定. 假设 τ_1 时刻气库内气体状态相对于 τ_0 时刻无改变, 即气库压

力为 p_{b0} . 将热端换热器出口截面的平均压力和温度以及气库压力 p_b 代入式(9), 即可得到本时层每次迭代截面 AA 处流经小孔阀的质量流量 $\dot{m}_0$. 当 $\tau_0 + \Delta\tau$ 时层迭代收敛后, 根据理想气体状态方程, 可确定本时层气库内的压力为

$$p_{b1} = p_b + \dot{m}_0 R_g T_h \Delta\tau / V_b \quad (18)$$

通过式(15)、(17)~(18), 得到了 $\tau_0 + \Delta\tau$ 时层的一维和二维计算区域结合面上或与结合面相连接的部件内的参数修正值, 为二维计算区域的进出口速度和温度边界条件的计算奠定了基础. 下面介绍二维计算区域进出口边界处的速度和温度的确定法则, 即一维和二维计算区域连接处参数的传递法则.

2.3.2 参数传递法则 1-2 混合模型中, 一维与二维计算参数在截面 AA 和 BB 上进行传递. 传递参数的确定方法为: 任意时刻截面 AA 和 BB 上的广延参数(如质量流量 $\dot{m}$ 和焓流 $\dot{H}$, 以图 4 中箭头所示方向为正)之和为 0, 即满足质量和能量守恒, 而速度 u 和温度 T 等强度参数则由与之相应的广延参数质量流量 $\dot{m}$ 和焓流 $\dot{H}$ 等在截面或控制体积上均匀分配得到. 具体参数的确定方法如下.

(1)速度. 截面 AA 即二维计算区域的热端换热器出口截面, 假设在该截面上速度分布均匀, 则由质量流量可确定二维计算区域出口速度

$$u_A = (\dot{m}_0 + \dot{m}_1) / (\rho A) \quad (19)$$

式中: A 为 AA 截面面积; ρ 为该截面上的平均密度, 由下式确定

$$\rho = \int_{\Sigma} dm / \int_{\Sigma} dV = \int_{\Sigma} \frac{p dV}{R_g T} / \int_{\Sigma} dV \quad (20)$$

其中, Σ 为热端换热器出口与截面 AA 相邻的控制体气体体积总和.

截面 BB 即二维计算区域的回热器入口截面. Δm 与二维计算区域进口流速存在如下关系

$$\Delta m = \int_{\Lambda} u_B \rho_1 \Delta\tau d\Lambda \quad (21)$$

式中: Λ 为 BB 截面面积; ρ_1 为回热器入口与截面 BB 相邻的控制体气体总体积的平均密度. 假设在截面 BB 轴向速度分布均匀, 由式(21)得到 Δm 即可求出流速的具体大小. 以上得到的速度 u_B 即为本时层本次迭代求解二维计算区域的进口速度的边界条件. 计算 u_A 和 u_B 时, 均假设径向速度为 0, $\dot{m}_0$ 、 $\dot{m}_1$ 和 Δm 以图 4 中箭头所示方向为正.

(2)温度. 工质视为理想气体, 则焓流 $\dot{H}$ 仅是温度的函数. 在任一时刻 $[\tau_1, \tau_2]$, 一个控制容积的时

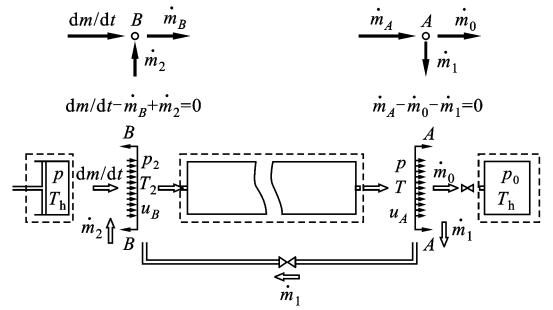


图 4 两个截面上参数混合及分配示意图

均焓流可写为

$$\dot{H} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{m} c_p T d\tau / \tau = c_p \int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{m} T d\tau / \tau \quad (22)$$

由此得到 $[\tau_1, \tau_2]$ 时层该控制容积的平均温度为

$$T = \frac{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{m} T d\tau / \tau}{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \dot{m} d\tau / \tau} \quad (23)$$

则对于截面 AA , 其温度的具体表达式为

$$T = \begin{cases} T_{\text{gas-A}} & \dot{m}_0 \geq 0, \dot{m}_1 \geq 0 \\ \frac{|\dot{m}_0| T_h + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-A}}}{|\dot{m}_0| + |\dot{m}_1|} & \dot{m}_0 < 0, \dot{m}_1 \geq 0 \\ \frac{|\dot{m}_0| T_{\text{gas-A}} + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-B}}}{|\dot{m}_0| + |\dot{m}_1|} & \dot{m}_0 \geq 0, \dot{m}_1 < 0 \\ \frac{|\dot{m}_0| T_h + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-B}}}{|\dot{m}_0| + |\dot{m}_1|} & \dot{m}_0 < 0, \dot{m}_1 < 0 \end{cases} \quad (24)$$

截面 BB 上的温度为

$$T_1 = \begin{cases} \frac{|\Delta m / \Delta\tau| T_h + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-A}}}{|\Delta m / \Delta\tau| + |\dot{m}_1|} & \Delta m > 0, \dot{m}_1 > 0 \\ \frac{|\Delta m / \Delta\tau| T_{\text{gas-B}} + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-A}}}{|\Delta m / \Delta\tau| + |\dot{m}_1|} & \Delta m \leq 0, \dot{m}_1 > 0 \\ \frac{|\Delta m / \Delta\tau| T_h + |\dot{m}_1| T_{\text{gas-B}}}{|\Delta m / \Delta\tau| + |\dot{m}_1|} & \Delta m > 0, \dot{m}_1 \leq 0 \\ T_{\text{gas-B}} & \Delta m \leq 0, \dot{m}_1 \leq 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中: T_{gas} 为二维计算区域内与截面 AA 或 BB 相邻的所有控制体内的气体平均温度; 下标 A 、 B 分别表示截面 AA 和 BB .

以上的参数传递法则除了可用于截面 AA 和 BB 的参数计算, 还可用于脉管制冷机多维计算区域任意截面的平均速度和平均温度的计算, 能够方便地进行一维与多维的参数转化. 通过式(12)~(18), 得到各参数从一个时层迭代到下一时层的计算步骤和时层内部参数的修正步骤, 结合式(19)~

(25)确定的边界条件,就可以使得脉管制冷机整机计算周而复始地迭代下去,直至得到收敛的结果。

2.4 边界条件

二维计算区域是计算中的重点和难点,下面重点介绍二维数值计算的方法. 计算采用二维轴对称圆柱坐标系,控制方程的离散采用控制容积积分法^[13],采用可压缩 SIMPLEC 算法,动量方程和能量方程同时进行求解,对流项和扩散项的离散采用乘方格式^[14].

二维计算区域中气体在进出口的速度和温度边界条件在前文中已给出,其他边界条件处理如下:

轴线上 $\partial u/\partial r=0, v=0, \partial T/\partial r=0$

外壁面 $u=0, v=0, \partial T/\partial r=0$

由于换热计算采用的是更结合实际的局部非热平衡模型,故方程的求解存在流固耦合问题,除了求解气体能量方程外,还需求解固体能量方程. 本文中固体区域包括回热器和冷热端换热器. 回热器与冷端换热器相连,但冷热端换热器又被脉管隔开,所以整个固体区域不连续,求解困难. 由于程序计算时是先解气体能量方程,再解固体能量方程,所以在解固体能量方程时计算区域作了如下特殊处理:将脉管中的气体视为固体参与计算,其温度和物性取同一时刻求解完气体能量方程后脉管中对应控制容积的气体温度和物性值. 进行上述处理后,固体区域实际上就拓展到整个二维模型区域,其能量方程边界条件处理如下:

进出口 $\partial T_s/\partial x=0$; 轴线上 $\partial T_s/\partial r=0$

脉管、冷端换热器和热端换热器的外壁面边界条件为

$$\partial T_s/\partial r=0, T_s=T_c, T_s=T_h$$

3 网格考核

3.1 模型尺寸

1-2 混合模型是一种通用的模型,对于基本型、

小孔型和双向进气型脉管制冷机都可以计算,本文分别对 3 种脉管制冷机进行了整机模拟. 各部件的计算尺寸为:回热器和脉管直径均为 10 mm,长均为 80 mm;压缩机扫气容积和死体积(包括连管)分别为 8 cm^3 和 2 cm^3 ,气库容积为 100 cm^3 ;小孔型脉管制冷机的小孔阀半径为 0.4 mm,双向进气型脉管制冷机的小孔阀和双向进气阀开度分别为 0.4 mm 和 0.5 mm. 计算工况如下:工质取氦气,冷端换热器温度为 150 K,热端换热器、压缩机容腔及气库温度为 300 K;系统频率为 40 Hz,初始充气压力为 2 MPa.

3.2 收敛判据

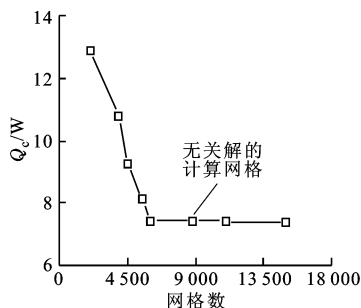
计算中,每个周期划分为 360 个时层. 计算收敛条件需同时满足以下两点.

(1)时层收敛条件: $S_{\text{sum}} < 5 \times 10^{-7}$, S_{sum} 为整个计算区域上所有控制容积质量流量的残差总和; $S_{\text{max}} < 5 \times 10^{-9}$, S_{max} 为控制容积中最大质量流量的残差;时层内当前的速度与前次迭代值相比小于 5×10^{-6} ; $|\Delta p|/p_a < 0.5 \times 10^{-6}$,其中 Δp 的计算见式(13), p_a 为平均充气压力.

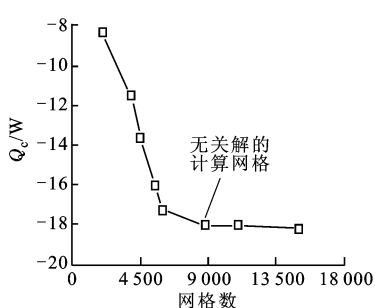
(2)周期收敛条件:任一周期迭代收敛后的温度、速度、压力等参数与上一周期对应时刻的值之差小于某一数值;回热器的能量平衡条件和气库质量守恒条件得到满足,即在一个周期内进出回热器的热量和进出气库的气体总质量均趋于 0;制冷机的冷量基本不变化.

3.3 网格独立性考核

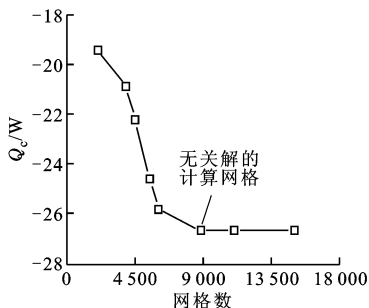
下面给出网格独立性考核. 考核中采用了 8 套不同的网格系统,分别为 $100(x) \times 20(r)$ 、 $130(x) \times 30(r)$ 、 $150(x) \times 30(r)$ 、 $182(x) \times 30(r)$ 、 $200(x) \times 30(r)$ 、 $220(x) \times 40(r)$ 、 $220(x) \times 50(r)$ 、 $250(x) \times 60(r)$. 以脉管制冷机的制冷量计算结果作为网格独立性考核的参数,如图 5 所示,负值表示系统从外界吸热,有冷量输出. 从图中可以看出,无论是基本型



(a) 基本型



(b) 小孔型



(c) 双向进气型

图 5 网格独立性考核

还是小孔型或者双向进气型,在网格 $220(x) \times 40(r)$ (网格总数为 8 800)下计算均可获得网格无关解。

应用 1-2 混合模型对脉管制冷机整机进行数值模拟时,99%以上的计算空间和计算时间是用于二维区域参数的计算,所以二维区域的计算决定了整机的计算成本.采用本文的网格系统、时层划分以及时层内迭代方法,使用主频为 1.8 GHz、内存为 512 MB 的普通微机进行一个典型工况的脉管制冷机整机模拟计算,需要大约 5~7 d 的计算时间,基本可以满足工程计算需要。

4 计算结果及分析

图 6 给出了基本型、小孔型和双向进气型脉管制冷机的压缩机示功图.表 1 是不同类型脉管制冷机的制冷量和压缩机耗功量.从表中可以看出,在相同制冷温度下,小孔型和双向进气型脉管制冷机的制冷性能远比基本型好,但同时压缩机功耗也增大,主要原因是小孔阀、气库以及双向进气阀等复杂结构的引入,给系统造成了更大的能量损失。

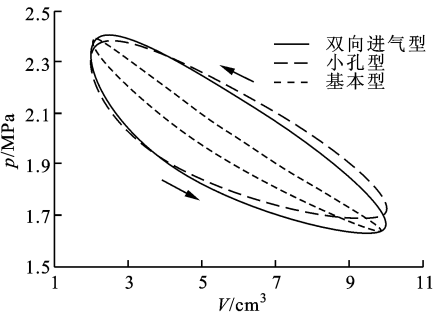


图 6 压缩机的示功图

表 1 制冷量和压缩机耗功量

脉管制冷机	制冷量/W	耗功量/W
基本型	7.13	22.6
小孔型	-18.03	120.3
双向进气型	-24.14	119.9

注:负值表示系统从外界吸热,有冷量输出。

图 7 为回热器中心截面的平均速度在一个压缩-膨胀周期内随压缩机曲柄转角的变化.从图中可看出,小孔型脉管制冷机回热器中心截面的速度幅值最大,基本型的最小.回热器内气体速度越大,则压力损失越大,而且压缩机耗功也多.与小孔型脉管制冷机相比,双向进气型脉管制冷机由于双向进气阀的引入,使得系统中有一部分气体不通过回热器和冷端换热器而直接进入热端换热器,从而降低了系

统的压力损失,提高了制冷机性能。

图 8 是小孔型脉管制冷机回热器进出口截面和气库平均压力随压缩机曲柄转角的变化.由图可见:回热器进出口处压力波不仅幅值不同,在相位上也有一定的差异;在膨胀过程中,回热器出口截面压力大于入口截面压力,压缩过程则反之.气库内压力在一个周期内变化较小,与回热器内压力变化相比其变化基本可忽略。

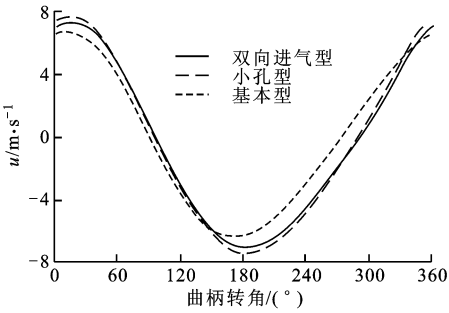


图 7 一个周期内回热器中心截面的平均速度变化

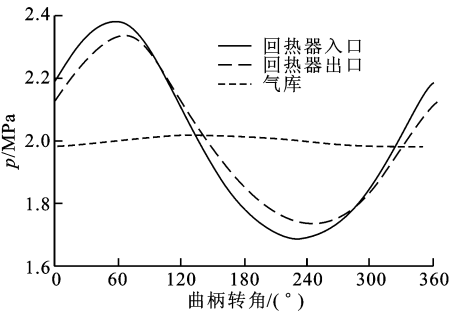


图 8 一个周期内回热器进出口及气库平均压力的变化

随着小孔阀和双向进气阀的引入,脉管制冷机的性能得以提高,同时也增加了系统内流动的复杂程度.例如,双向进气阀的引入使得系统制冷量增加,但也使得气体工质在脉管制冷机内部系统形成闭合的回路,从而出现了一个周期内通过脉管制冷机各截面的气体质量流量的周期积分值不为 0 的现象,即存在净流量问题,也称 DC 流.图 9 给出了双向进气型脉管制冷机小孔阀和双向进气阀的质量流量随压缩机曲柄转角的变化曲线.分别对正半周和负半周通过小孔阀和双向进气阀的质量流量进行统计,发现小孔阀处二者绝对值几乎相等,而对于双向进气阀,二者绝对值的差与和分别为 0.035 g/s 和 0.751 g/s,即一个周期内 DC 流占总流量的 4.66%。

图 10 为小孔型脉管制冷机脉管中间截面气体轴向速度在一个周期内随径向位置的变化.由图中

可见,脉管轴向速度在靠近中心线的绝大部分区域分布平坦,沿径向的最大轴向流速出现在靠近壁面位置,是交变流动的一种典型现象,称为“速度环效应”^[15].从图中还可看到,在曲柄转角为 135° 和 315° 时,靠近壁面处速度与中心流体速度方向相反,且壁面处轴向速度数值相对较大,这种“速度转向”也是交变流动引起的一种特有现象.

图 11 给出了小孔型脉管制冷机曲柄转角为 135° 和 315° 时,换热器和脉管内二维速度场和温度

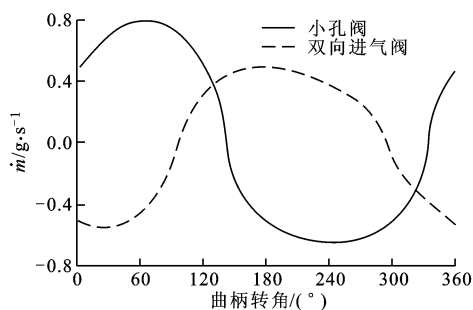


图 9 一个周期内小孔阀和双向进气阀质量流量的变化

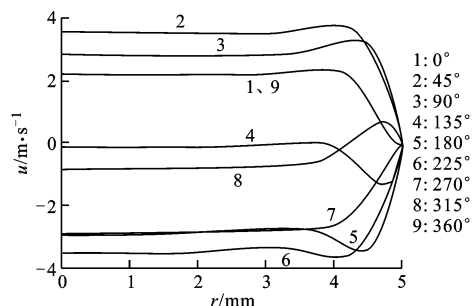
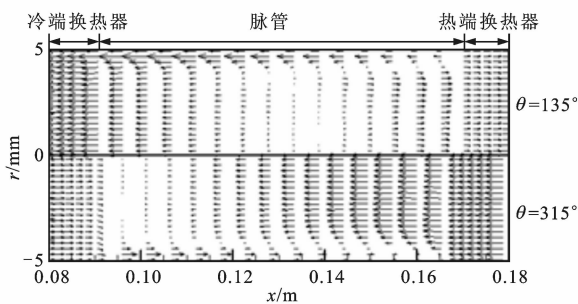
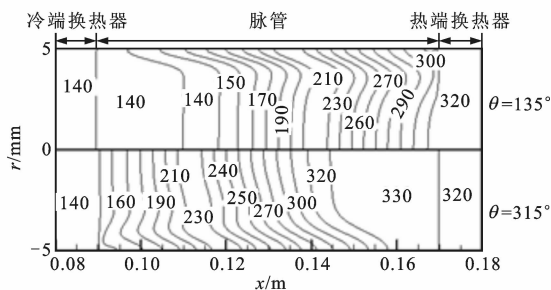


图 10 脉管中间截面瞬时速度分布



(a)速度场



(b)温度场(单位:K)

图 11 换热器和脉管内速度场和温度场的二维分布

场的分布.由于假设多孔介质各向同性且均匀分布,故冷热端换热器内的速度和温度分布沿径向基本不变.由图 11a、11b 的比较还可以看出,与“速度环效应”对应,温度分布也有类似的“温度环效应”.

图 12 为双向进气型脉管制冷机一个周期内二维计算区域压缩和膨胀过程各截面的气体平均温度.在回热器和脉管内气体形成了一定的温度梯度,而且脉管内温度沿长度方向呈现出明显的非线性,这与文献[16-17]中的试验结果吻合较好.在一个周期内,压缩时脉管热端气体的平均温度高于热端换热器的外壁面温度(300 K),系统热端对外放热;膨胀时脉管冷端气体的平均温度低于冷端换热器的外壁面温度(150 K),系统冷端对外吸热,形成脉管制冷机的制冷效应.在有固体介质填充的回热器和冷热端换热器内,气体流动阻力较大,而且更重要的是受到具有高导热和高热容的固体的影响,使得气体的压缩和膨胀效应不明显,从图中可见该区域内压缩和膨胀过程的平均温度基本重合.

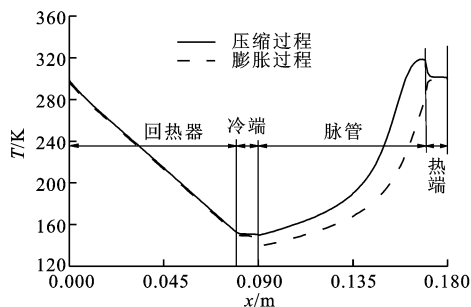


图 12 一个周期内压缩和膨胀过程各截面的气体平均温度

5 结 论

本文结合脉管制冷机整机模拟的一维和二维模型各自的特点和优点,提出了 1-2 混合计算模型,建立了适用于基本型、小孔型和双向进气型等多种脉管制冷机整机模拟的通用模型,对不同部件连接处的计算参数设定了传递法则,使得计算变量通过区域连接界面能够自由传递,从而对整个计算区域的整体求解能够进行.运用 1-2 混合模型对基本型、小孔型和双向进气型脉管制冷机进行了数值模拟研究,计算结果表明:

(1)小孔型和双向进气型脉管制冷机的制冷能力远比基本型好,同时压缩机功耗为基本型的 5 倍以上;

(2)回热器进出口处的压力波不仅幅值不同,在相位上也有一定的差异;

(3)双向进气阀的引入形成了脉管制冷机的闭合回路,带来了DC流现象,本文运行参数下的DC流占总流量的4.66%;

(4)二维场结果反映了脉管内部的“速度转向”、“速度环效应”和“温度环效应”等现象;

(5)在一个周期内,压缩时脉管热端气体的平均温度高于300 K,系统对外放热,膨胀时脉管冷端气体的平均温度低于150 K,系统从外吸热,形成脉管制冷机的制冷效应;

(6)采用本文的网格系统、时层划分以及时层内迭代方法,使用主频为1.66 GHz、内存为512 MB的普通微机进行一个典型的脉管制冷机整机模拟计算,需要大约5~7 d的计算时间,基本可以满足工程计算需要。

综上所述,本文计算结果真实地反映了脉管制冷机系统内部的复杂流动与传热动态特性,且计算成本低廉,表明1-2混合模型是进行脉管制冷机数值研究的一种合理且实用的模型,对脉管制冷机的机理研究及整机的优化设计具有指导意义。

参考文献:

- [1] WU P Y, ZHU S W. Mechanism and numerical analysis of orifice pulse tube refrigerator with a valveless compressor [C]//Chen G B, Thomas M F. Proceedings of International Cryogenics and Refrigeration Conference. Beijing, China: International Academic Publishers, 1989: 85-90.
- [2] WANG C, WU P Y, CHEN Z Q. Numerical modeling of a double-inlet pulse tube refrigerator [J]. *Cryogenics*, 1993, 33(5): 526-530.
- [3] WANG C, THUMMES G, HEIDEN C. Effect of DC gas flow on performance of two-stage 4 K pulse tube coolers [J]. *Cryogenics*, 1998, 38(6): 689-695.
- [4] ZHU S W, MATSUBARA Y. Numerical method of inertance tube pulse tube refrigerator [J]. *Cryogenics*, 2004, 44(2): 649-660.
- [5] ZHU S W, NOGAWA M, INOUE T. Numerical simulation of a step-piston type series two-stage pulse tube refrigerator [J]. *Cryogenics*, 2007, 47(9/10): 483-489.
- [6] PARK H C, JEONG E S, JEONG S. Two-dimensional model for tapered pulse tubes, part 3: unsteady

components of second-order mass flux and temperature [J]. *Cryogenics*, 2002, 42(8): 485-493.

- [7] HE Y L, ZHAO C F, DING W J. Two-dimensional numerical simulation and performance analysis of tapered pulse tube refrigerator [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2007, 27(11/12): 1876-1882.
- [8] ZHANG X B, QIU L M, GAN Z H. CFD study of a simple orifice pulse tube cooler [J]. *Cryogenics*, 2007, 47(5/6): 315-321.
- [9] CHA J S, GHIAASIAAN S M, DESAI P V. Multi-dimensional flow effects in pulse tube refrigerators [J]. *Cryogenics*, 2006, 46(9): 658-665.
- [10] MURALIDHAR K, SUZUKI K. Analysis of flow and heat transfer in a regenerator mesh using a non-darcy thermally non-equilibrium model [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, 44(13): 2493-2504.
- [11] JIANG P X, REN Z P. Numerical investigation of forced convection heat transfer in porous media using a thermal non-equilibrium model [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2001, 22(1): 101-210.
- [12] KHASHAN S A, AL-AMIRI A M, POP I. Numerical simulation of natural convection heat transfer in a porous cavity heated from below using a non-Darcian and thermal non-equilibrium model [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2006, 49(5/6): 1039-1049.
- [13] PATANKAR S V. Numerical heat transfer and fluid flow [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1980.
- [14] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 2 版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [15] CHO H W, SUNG H J. Numerical solutions of pulsating flow and heat transfer characteristics in a pipe [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1990, 11(4): 321-330.
- [16] ZHOU B, WU P Y, HU S L. Experimental results of the internal process of a double inlet pulse tube refrigerator [J]. *Cryogenics*, 1992, 32(1): 24-27.
- [17] CHARLES I, DUBOND L, RAVEX A. Permanent flow in flow and high frequency pulse tube coolers experimental results [J]. *Cryogenics*, 1999, 39(9): 777-782.

(编辑 荆树蓉)